منصة مدرسية تعليمية

الفصل (٢)
العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

٢_١	٢_٢
٢_٣	٢_٤
٢_٥	٢_٦

عودة لفهرس تدرب

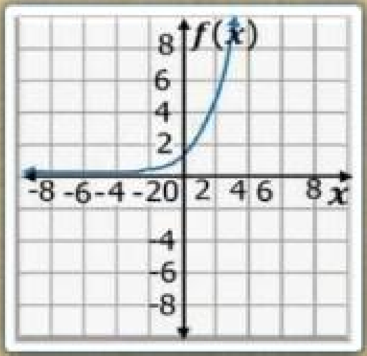
٢ـ١ تمثيل الدوال الأسية بيانياً

تدرب وحل المسائل

الحل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدّد مجالها، ومداها: (المثالان 1, 2)

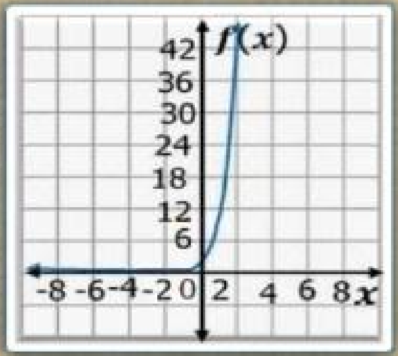
1 $f(x) = 2^x$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{ f(x) \mid f(x) > 0 \}$

2 $f(x) = 5^x$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

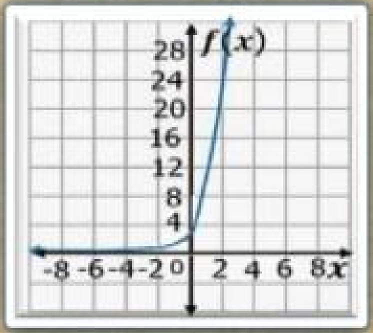
المدى = $\{ f(x) \mid f(x) > 0 \}$

عودة لفهرس الفصل (٢)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

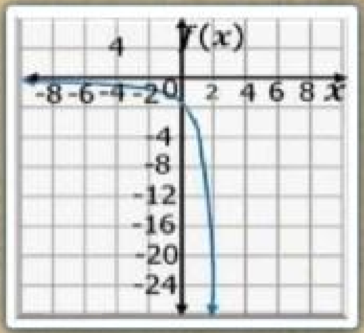
3 $f(x) = 2(3)^x$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 0\}$

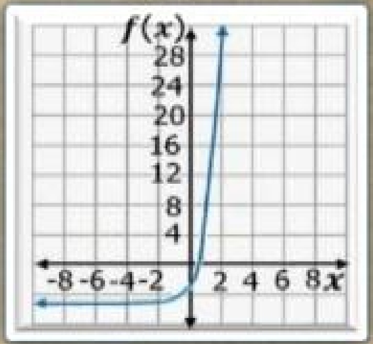
4 $f(x) = -2(4)^x$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 0\}$

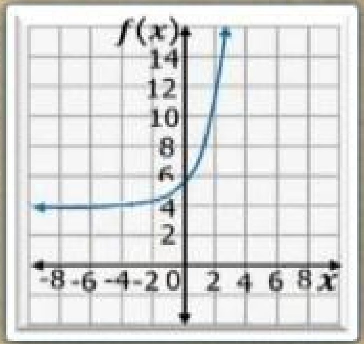
5 $f(x) = 4^{x+1} - 5$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -5\}$

6 $f(x) = 3^{2x} + 1$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

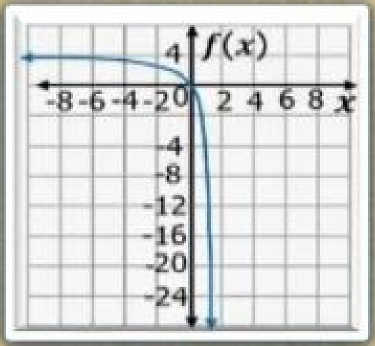
المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 1\}$

حاول

منصة مدرسية تعليمية

الحل

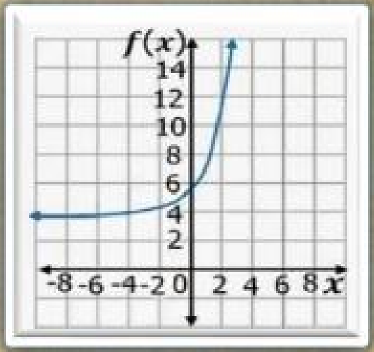
7 $f(x) = 3^{x-2} + 4$



المجال = { جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 4\}$

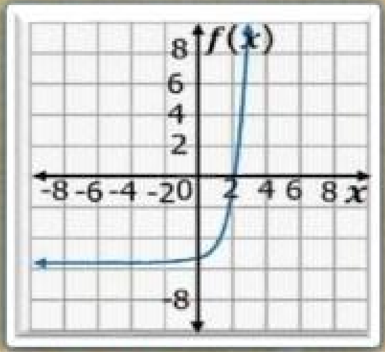
8 $f(x) = 2^{x+1} + 3$



المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 3\}$

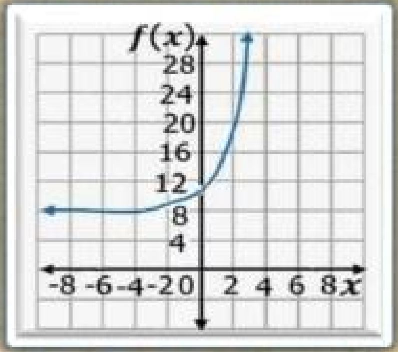
9 $f(x) = 0.25(4)^x - 6$



المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -6\}$

10 $f(x) = 3(2)^x + 8$



المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 8\}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

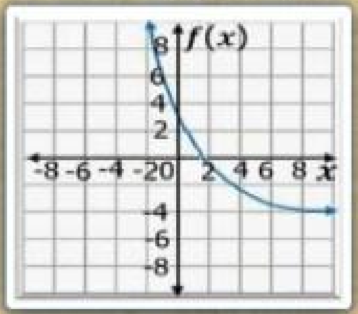
11 حاسوب: يزداد انتشار فيروس في شبكة حاسوبية بمعدل 25% كل دقيقة. إذا دخل الفيروس إلى جهاز واحد عند البداية، فأوجد دالة أسية تمثل انتشار الفيروس منذ البداية، ومثلها بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدر انتشاره بعد الساعة الأولى. (مثال 3)

$$y = (1.25)^t$$

بعد الساعة الأولى يكون الفيروس انتشر فى 652530 حاسوب تقريباً.

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدد مجالها، ومداها: (مثال 4)

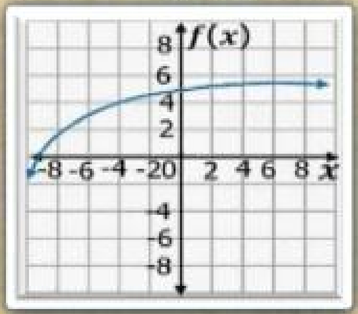
12 $f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$



المجال = {جميع الأعداد الحقيقيه}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -4\}$

13 $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$



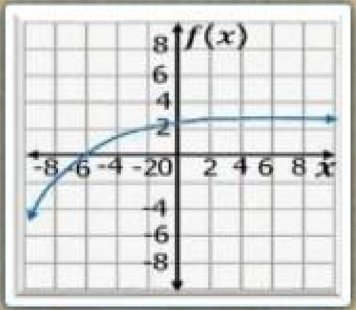
المجال = {جميع الأعداد الحقيقيه}

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 5\}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

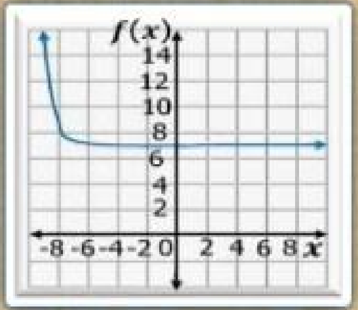
الحل

14 $f(x) = -\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^{x-4} + 3$



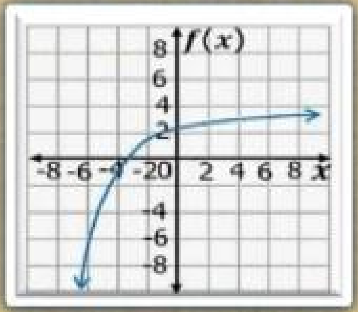
المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}
المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 3\}$

15 $f(x) = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{x+6} + 7$



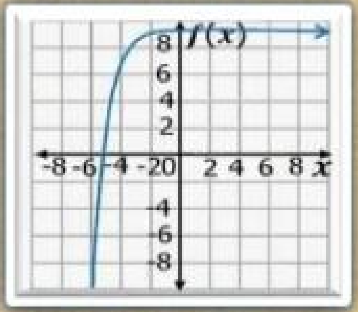
المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}
المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 7\}$

16 $f(x) = -4\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} + 3$



المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}
المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 3\}$

17 $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}\right)^{x+2} + 9$

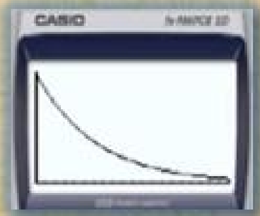


المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}
المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 9\}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

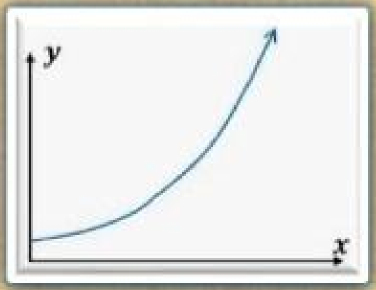
18 سيارات: يتناقص سعر سيارة جديدة بمعدل 15% كل سنة. أوجد دالة أسية تمثل سعر السيارة بعد t سنة من شرائها، ومثلها بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدر سعر السيارة بعد 20 سنة من شرائها. (مثال 5)



$$y = 80000(0.85)^t$$

بعد 20 سنة يكون ثمنها 3100 ريال تقريباً.

19 علوم: يتكاثر نحل في خلية فيزداد العدد بمعدل 30% كل أسبوع. إذا كان عدد النحل في البداية 65 نحلة فأوجد دالة أسية تمثل عدد النحل بعد t أسبوع، ومثلها بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدّر عدد النحل بعد 10 أسابيع.



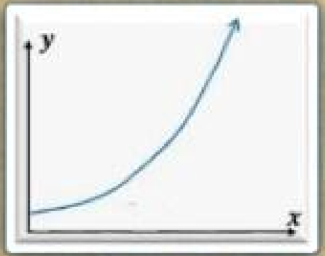
$$y = 65(1.3)^t$$

عدد النحل بعد 10 أسابيع 896 تقريباً.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

20 كرة سلة: تناقص عدد الحضور لمباريات فريق كرة قدم بمعدل 5% لكل مباراة بعد خسارته في أحد المواسم. أوجد دالة أسية تمثل عدد الحضور (y) في المباراة (t)، إذا كان عددهم في المباراة الأولى 23500، ومثلها بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدّر عدد الحضور في المباراة 15.



$$y = 23500(0.95)^t$$

فى المباراة 15يكون الحضور 10887 تقريباً.

21 هواتف: تناقص عدد الهواتف العمومية في الآونة الأخيرة نتيجة انتشار الهواتف المحمولة. فإذا كان عدد الهواتف العمومية بالألاف في إحدى المدن يعطى بالدالة $P(x) = (2.28)(0.9)^x$ في السنة x منذ عام 1420 هـ.

a) مثل الدالة بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.

b) وضّح ماذا يمثل مقطع $P(x)$ وخط التقارب في هذه الحالة.

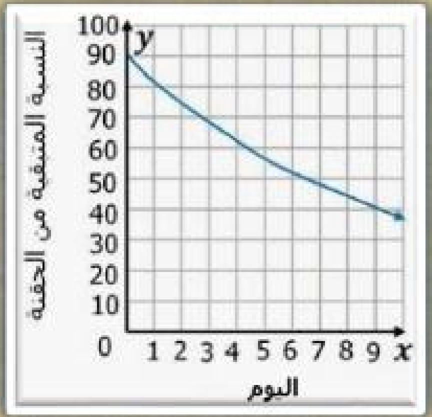
يمثل المقطع $P(x)$ عدد الهواتف العمومية عام 1420هـ، وخط التقارب هو المحور x، وسيتناقص عدد الهواتف العمومية ليقترب من 0 ولن يصل إليه وذلك منطقى؛ لأنه سيكون هنالك حاجة دائماً للهواتف العمومية.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

22 صحة: أخذ مريض حقنة، وفي كل يوم تلي ذلك، استهلك جسمه 10% مما تبقى من المادة المحقونة.

a) مثّل الدالة التي تعبّر عن هذا الموقف بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية.



$y = 100(0.9)^t$

b) متى يكون في جسم المريض أقل من 50% من المادة المحقونة؟ بعد اليوم السادس

c) كم يبقى من المادة المحقونة في الجسم بعد 9 أيام؟ أقل بقليل من 40%

حلول
منصة مدرسية تعليمية

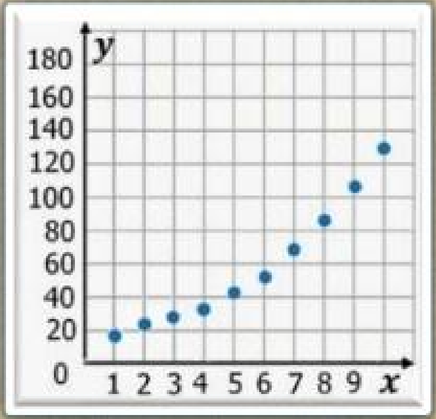
الحل

23 نظرية الأعداد: تتبع متتابعة عددية نمطًا معينًا حيث يساوي كل حد فيها 125% من الحد السابق له، فإذا كان الحد الأول يساوي 18 فأجب عما يأتي:

a) اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف.

$$y = 18(1.25)^{t-1}$$

b) مثّل الدالة لأول 10 حدود بيانيًّا.



c) ما قيمة الحد العاشر؟ قرّب الناتج إلى أقرب عدد صحيح.

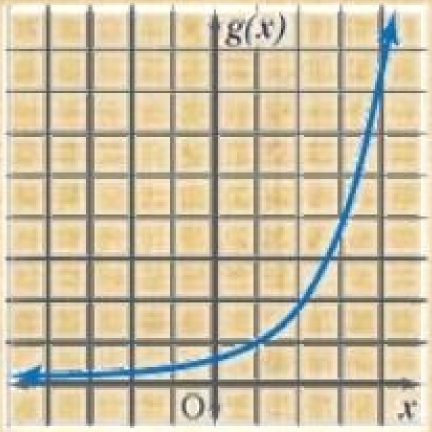
قيمة الحد العاشر 134

منصة مدرسية تعليمية

الحل

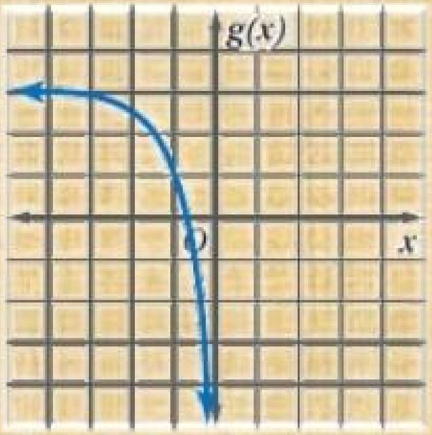
إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الرئيسة (الأم) لكل دالة ممثلة بيانيًا أدناه، والتمثيل البياني لـ $g(x)$ هو تحويل للتمثيل البياني لـ $f(x)$، فأوجد الدالة $g(x)$:

24



$f(x) = \frac{1}{2}(2)^x$

25



$f(x) = -2(4)^{x+1} + 3$

منصة مدرسية تعليمية

26 **تمثيلات متعددة:** ستستعمل لحل هذا التمرين جداول القيم أدناه للدوال الأسية $f(x), g(x), h(x)$.

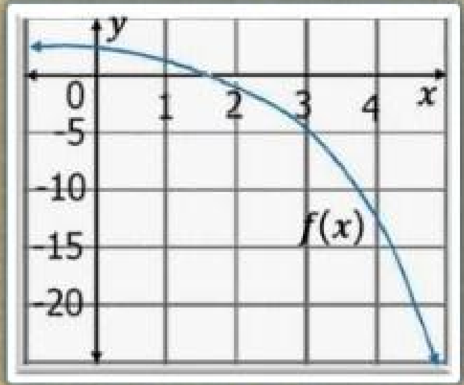
الحل

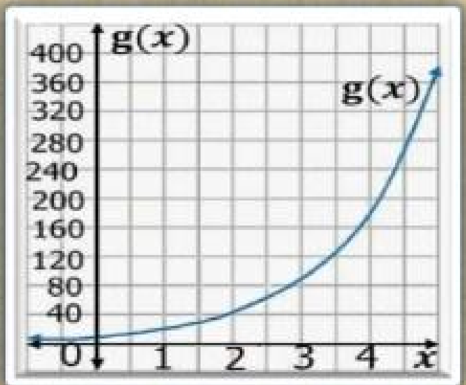
x	−1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2.5	2	1	−1	−5	−13	−29

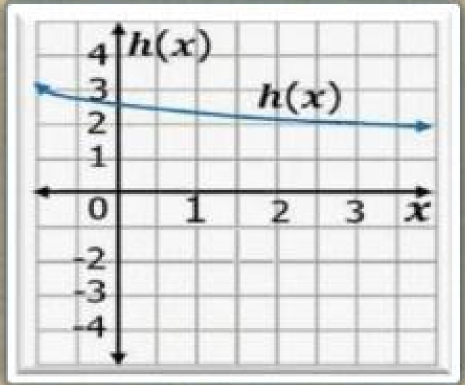
x	−1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	5	11	23	47	95	191	383

x	−1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$	3	2.5	2.25	2.125	2.0625	2.0313	2.0156

a) **بيانيًا:** مثّل كل دالة بيانيًا في الفترة $-1 \le x \le 5$ على ورقة تمثيل بيانيٍ مستقلة.







الحل

b) لفظيًا: أي الدوال معاملها (a) سالب؟ وضّح إجابتك.

$f(x)$؛ تمثيل الدالة $f(x)$ البياني هو انعكاس في المحور x وقيم المخرجات في الجدول سالبة.

c) تحليليًا: أي الدوال تمثل إزاحة للدالة الرئيسة (الأم) إلى اليسار؟

$h(x)$

d) تحليليًا: أي الدوال تمثل نموًا أسيًا؟ وأيها تمثل اضمحلالًا أسيًا؟

$f(x)$ و $g(x)$ دالتا نمو أسي ، على حين أن $h(x)$ دالة اضمحلال أسي؛ والقيم المطلقة للمخرجات متزايدة لدوال النمو الأسي ومتناقصة لدوال الاضمحلال.

حل المعادلات والمتباينات الأسية

٢-٢

تدرب وحل المسائل

الحل

حلّ كل معادلة مما يأتي: (مثال ١)

1. $8^{4x+2} = 64$

   $x = 0$

2. $5^{x-6} = 125$

   $x = 9$

3. $3^{5x} = 27^{2x-4}$

   $x = 12$

4. $16^{2y-3} = 4^{y+1}$

   $x = \frac{7}{3}$

5. $2^{6x} = 32^{x-2}$

   $x = -10$

6. $49^{x+5} = 7^{8x-6}$

   $x = \frac{8}{3}$

عودة لفهرس الفصل (٢)

حاول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

7

$81^{a+2} = 3^{3a+1}$

$a = -7$

8

$256^{b+2} = 4^{2-2b}$

$b = -1$

9

$9^{3c+1} = 27^{3c-1}$

$b = \frac{5}{3}$

10

$8^{2y+4} = 16^{y+1}$

$y = -4$

11 علوم: الانقسام هو عملية حيوية يتم فيها انشطار الخلية إلى خليتين مطابقتين تمامًا للخلية الأصلية، وتنقسم إحدى أنواع الخلايا البكتيرية كل 15 دقيقة. (مثال 2)

a) اكتب دالة أسّية على الصورة $c = ab^t$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية c المتكونة من انقسام خلية واحدة بعد t من الدقائق.

$c = 2^{\frac{t}{15}}$

b) إذا بدأت خلية بكتيرية واحدة بالانقسام، فكم خلية ستتكون بعد ساعة؟

$c = 2^{\frac{60}{15}} = 16$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

12 مال: ورث خالد مبلغ 100000 ريال عن والده عام 1430 هـ، واستثمره في مشروع تجاري، وقدّر خالد أن المبلغ المستثمر سيصبح 169588 ريال بحلول عام 1442 هـ. (مثال 2)

a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل المبلغ y بدلالة عدد السنوات x منذ عام 1430 هـ.

$$y = 100000(1.045)^x$$

b) افرض أن المبلغ استمر في الزيادة بالمعدل نفسه، فكم سيصبح عام 1450 هـ إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

$$y = 100000(1.045)^{20}$$

= 241171.40 ريال

13 استثمر حسن مبلغ 70000 ريال متوقعا ربحا سنويا نسبته 4.3%، بحيث تضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. كم المبلغ الكلي المتوقع بعد 7 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين. (مثال 3)

= 94533.78 ريال تقريبا

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

14 استثمر ماجد مبلغ 30000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 2.25%، بحيث تضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. كم المبلغ الكلي المتوقع بعد 6 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين؟ (مثال 3)

= 57223.22 ريال تقريباً

حل كل متباينة مما يأتي: (مثال 4)

15 $4^{2x+6} \le 64^{2x-4}$

$x \ge 4.5$

16 $25^{y-3} \le \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$

$y \le -0.6$

17 $625 \ge 5^{a+8}$

$a \le -4$

18 $10^{5b+2} > 1000$

$b > 0.2$

19 $\left(\frac{1}{64}\right)^{c-2} < 32^{2c}$

$c > 0.75$

20 $\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \ge \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$

$t \le -40$

الحل

اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ للتمثيل البياني المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

21 (3, 100) , (0, 6.4)

$y = 6.4(2.5)^x$

22 (4, 81) , (0, 256)

$y = 256(0.75)^x$

23 (5, 371293) , (0, 128)

$y = 128(4.926)^x$

24 (4, 21609) , (0, 144)

$y = 144(3.5)^x$

25 علوم: وُضع كوب من الشاي درجة حرارته 90°C في وسط درجة حرارته ثابتة وتساوي 20°C فتناقصت درجة حرارة الشاي، ويمكن تمثيل درجة حرارة الشاي بعد t دقيقة بالدالة $y(t) = 20 + 70(1.071)^{-t}$.

a) أوجد درجة حرارة الشاي بعد 15 دقيقة. 45.02°C تقريباً

b) أوجد درجة حرارة الشاي بعد 30 دقيقة. 28.94°C تقريباً

c) إذا كانت درجة الحرارة المناسبة لشرب الشاي هي 60°C ، فهل ستكون درجة حرارة الشاي مساويةً لها أم أقل منها بعد 10 دقائق؟ أقل منها.

الحل

26 أشجار: يتناسب قطر قاعدة جذع شجرة بالسنتمترات طرديًا مع ارتفاعها بالأمتار مرفوعًا للأس $\frac{3}{2}$. إذا بلغ ارتفاع شجرة 6 m، وقطر قاعدة جذعها 19.1 cm .

اكتب معادلة القطر d لقاعدة جذع الشجرة إذا كان ارتفاعها h متر.

$$d = 1.30h^{\frac{3}{2}}$$

حُلّ كل معادلة أسية مما يأتي:

27 $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1}$

$$x = -\frac{2}{5}$$

28 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2}$

$$x = \frac{1}{7}$$

29 $216 = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+3}$

$$x = -6$$

30 $\left(\frac{1}{8}\right)^{3x+4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x+4}$

$$x = -\frac{4}{13}$$

31 $\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$

$$x = \frac{11}{8}$$

32 $\left(\frac{25}{81}\right)^{2x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1}$

$$x = 1$$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

33 سكان: بلغ عدد سكان العالم عام 1950م، 2.556 مليار نسمة، وبحلول عام 1980م أصبح 4.458 مليارات نسمة.

a) اكتب دالة أسية على صورة $y = ab^x$ يمكن أن تمثل تزايد عدد سكان العالم من عام 1950م إلى عام 1980م بالمليار. اكتب المعادلة بدلالة x، حيث x عدد السنوات منذ عام 1950م (قرّب قيمة b إلى أقرب جزء من عشرة آلاف)

$$y = 2.556(1.0187)^x$$

b) افرض أن تزايد عدد السكان استمر بالمعدل نفسه، فقدّر عدد سكان العالم عام 2000 .

6.455 مليارات تقريباً

c) إذا كان عدد سكان العالم عام 2000م هو 6.08 مليارات نسمة تقريبًا، فقارن بين تقديرك والعدد الحقيقي للسكان.

التقدير أكبر من العدد الحقيقي للسكان بـ 375 مليون.

d) استعمل المعادلة التي توصلت إليها في فرع a لتقدير عدد سكان العالم عام 2020م. ما دقة تقديرك؟ وضح إجابتك.

9.3498 ملياراً تقريباً، وبما أن التنبؤ بعدد السكان عام 2000 كان أكبر من العدد الحقيقي، فقد يكون هذا التنبؤ أكبر مما سيكون عليه في الواقع في ذلك الوقت.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

الخيار الأول:
يستثمر مبلغ 50000 ريال في مؤسسة يتوقع أن يكون معدل ربحها السنوي 6.5% ويتم إضافة الأرباح إلى رأس المال أربع مرات سنويًا.

الخيار الثاني:
يشارك في تجارة رأس مالها 50000 ريال يتوقع أن تكون نسبة ربحها 4.2% سنويًا ويتم إضافة الأرباح إلى رأس المال كل شهر. بالإضافة إلى استثمار مبلغ 50000 ريال في مشروع يقدر نسبة ربحه السنوي 2.3% ويتم إضافة الأرباح إلى رأس المال كل أسبوع.

34 **ثقافة مالية:** يفاضل سعيد بين خيارين للاستثمار طويل الأمد، ويريد أن يختار أحدهما.

a) اكتب معادلة كل من الخيار الأول والخيار الثاني للاستثمار.

$$A = 50000(1 + \frac{0.065}{4})^{4t}$$

b) مثّل بيانيًا منحنيً يوضح المبلغ الكلي من كل استثمار بعد t سنة.

$$A = 50000((1 + \frac{0.042}{12})^{12t} + (1 + \frac{0.023}{52})^{52t})$$

c) هل يمكن أن يتساوى المبلغ المتجمع من الاستثمار الأول مع المبلغ المتجمع من الاستثمار الثاني عند زمن ما؟

خلال أول 22 سنة يكون الخيار الثاني أفضل (لأنه أعلى من الخيار الأول)
وبعد 22 سنة يصبح الخيار الأول هو الأفضل لأن المبلغ المتجمع أكبر من الخيار الثاني

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

35 تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذا التمرين الزيادة المتسارعة في الدوال الأسية. قص ورقة إلى نصفين، وضع بعضهما فوق بعض، ثم قصهما معًا إلى نصفين وضع بعضها فوق بعض، وكرر هذه العملية عدة مرات.

a) **حسيًّا:** عُدّ قطع الورق الناتجة بعد القص الأول، ثم بعد القص الثاني، والثالث، والرابع.

b) **جدوليًا:** دوِّن نتائجك في جدول.

c) **رمزيًا:** استعمل النمط في الجدول لكتابة معادلة تمثل عدد قطع الورق بعد القص x مرة.

d) **تحليليًا:** يُقدر سُمك الورقة الاعتيادية بنحو 0.003in، اكتب معادلة تمثل سُمك رزمة الورق بعد قصها x مرة.

e) **تحليليًا:** ما سُمك رزمة من الورق بعد قصها 30 مرة؟

٢ ـ ٣

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

تدرب وحل المسائل

الحل

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية: (مثال 1)

1) $\log_8 512 = 3$

$8^3 = 512$

2) $\log_5 625 = 4$

$5^4 = 625$

3) $\log_2 16 = 4$

$2^4 = 16$

4) $\log_7 343 = 3$

$7^3 = 343$

5) $\log_9 \frac{1}{81} = -2$

$9^{-2} = \frac{1}{81}$

6) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$

$3^{-3} = \frac{1}{27}$

7) $\log_{12} 144 = 2$

$12^2 = 144$

8) $\log_9 1 = 0$

$9^0 = 1$

عودة لفهرس الفصل (٢)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

اكتب كل معادلة أسية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية: (مثال 2)

9
$11^3 = 1331$
$\log_{11} 1331 = 3$

10
$16^{\frac{3}{4}} = 8$
$\log_{16} 8 = \frac{3}{4}$

11
$9^{-1} = \frac{1}{9}$
$\log_9 \frac{1}{9} = -1$

12
$6^{-3} = \frac{1}{216}$
$\log_6 \frac{1}{216} = -3$

13
$2^8 = 256$
$\log_2 256 = 8$

14
$4^6 = 4096$
$\log_4 4096 = 6$

15
$27^{\frac{2}{3}} = 9$
$\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$

16
$25^{\frac{3}{2}} = 125$
$\log_{25} 125 = \frac{3}{2}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي: (المثالان 3,4)

17) $\log_{13} 169$
2

18) $\log_2 \frac{1}{128}$
-7

19) $\log_6 1$
0

20) $\log_4 1$
0

21) $\log_{10} 10$
1

22) $\log_{10} 0.01$
-2

23) $\log_3 \frac{1}{9}$
-2

24) $\log_4 \frac{1}{64}$
-3

25) $\log_6 216$
3

26) $\log_{27} 3$
$\frac{1}{3}$

27) $\log_{32} 2$
$\frac{1}{5}$

28) $\log_{121} 11$
$\frac{1}{2}$

29) $\log_{\frac{1}{5}} 3125$
-5

30) $\log_{\frac{1}{8}} 512$
-3

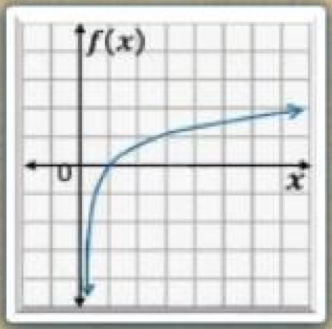
31) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216}$
3

حلول
منصة مدرسية تعليمية

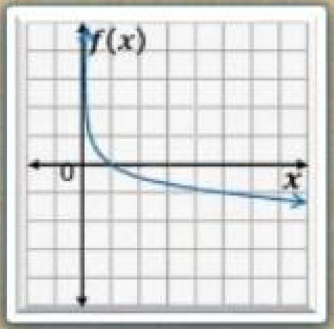
الحل

مَثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا: (المثالان 5, 6)

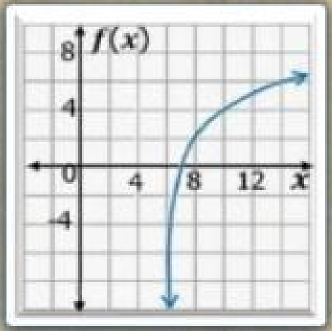
32 $f(x) = \log_3 x$



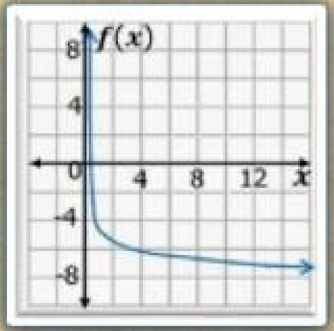
33 $f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$



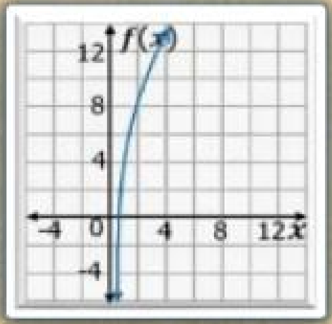
34 $f(x) = 4\log_4 (x-6)$



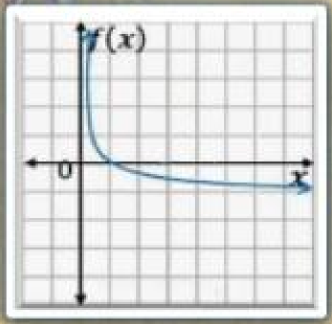
35 $f(x) = 2\log_{\frac{1}{10}} x - 5$



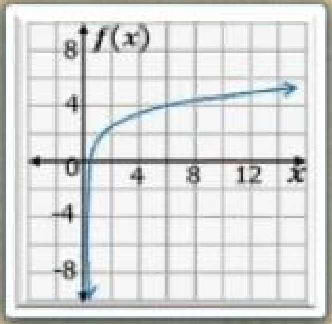
36 $f(x) = 4\log_2 x + 6$



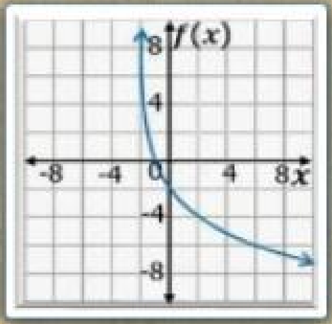
37 $f(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$



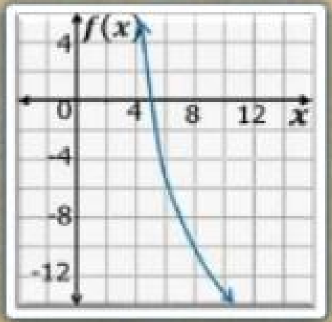
38 $f(x) = -3\log_{\frac{1}{12}} x + 2$



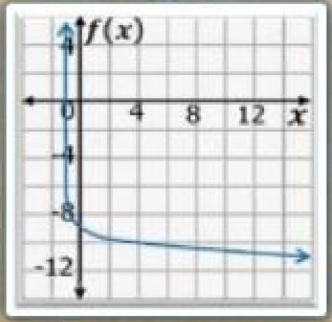
39 $f(x) = 6\log_{\frac{1}{8}}(x + 2)$



40 $f(x) = -8\log_3(x - 4)$



41 $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 1) - 9$



حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

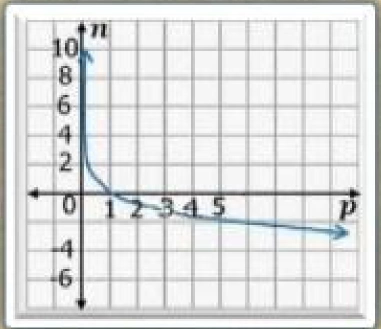
42 علوم: عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، أوجد معكوس الدالة اللوغاريتمية المعطاة. (مثال 7)

$$ps = \log_{10} R$$

$R = 10^{ps}$ معكوس الدالة اللوغاريتمية

43 تصوير: تمثل الصيغة $n = \log_2 \frac{1}{p}$ درجة زر ضبط الإضاءة في آلة التصوير والمستعملة عند نقص الإضاءة، حيث p نسبة ضوء الشمس في منطقة التقاط الصورة. (مثال 7)

a) أُعدت آلة تصوير خالد لتلتقط الصورة تحت ضوء الشمس المباشر، ولكن الجو كان غائمًا. إذا كانت نسبة الإضاءة في اليوم الغائم تعادل $\frac{1}{4}$ الإضاءة في اليوم المشمس، فأي درجات زر ضبط الإضاءة يجب أن يستعملها خالد لتعويض نقص الإضاءة؟ 2



b) مثّل الدالة بيانيًا.

c) استعمل التمثيل البياني في الفرع b لتقدير بنسبة إضاءة الشمس إذا قلت درجة زر ضبط الإضاءة 3 درجات. هل يؤدي ذلك إلى زيادة الإضاءة أم نقصانها؟ $\frac{1}{4}$؛ نقصان الإضاءة

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

44 تربية: لقياس مدى احتفاظ الطلاب بالمعلومات، يتم عادة اختبارهم بعد وقت من تعلمها، ويمكن تقدير درجة سلمان في مادة الرياضيات بعد انتهاء الفصل الدراسي باستعمال المعادلة $y(t) = 85 - 6 \log_2 (t + 1)$، حيث t عدد الأشهر التي مضت بعد انتهاء الفصل الدراسي.

a) ما درجة سلمان في نهاية الفصل الدراسي $(t = 0)$ ؟ 85

b) ما درجته بعد مضي 3 أشهر؟ 73

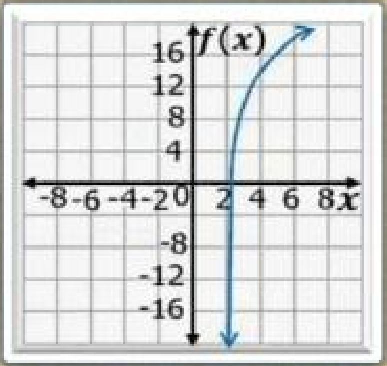
c) ما درجته بعد مضي 15 شهرًا؟ 61

حلول
منصة مدرسية تعليمية

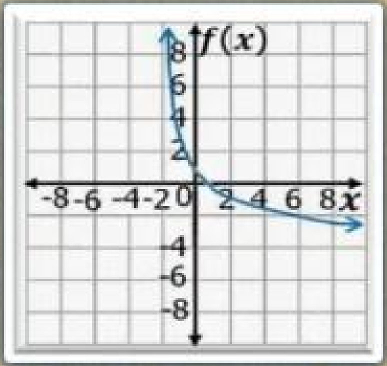
الحل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا:

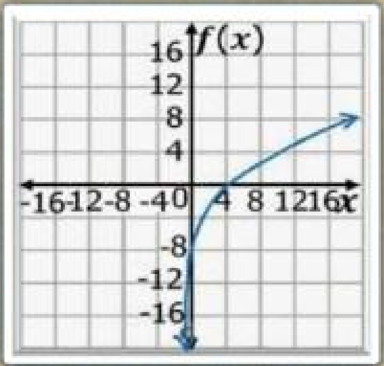
45 $f(x) = 4\log_2(2x - 4) + 6$



46 $f(x) = -3\log_{12}(4x + 3) + 2$



47 $f(x) = 15\log_{14}(x + 1) - 9$



حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

48 **إعلانات:** تزداد المبيعات عادة مع زيادة الإنفاق على الدعاية والإعلان، وتقدر قيمة المبيعات لشركة بآلاف الريالات بالمعادلة: $S(a) = 10 + 20 \log_4(a + 1)$ ، حيث a المبلغ الذي يتم إنفاقه على الدعاية والإعلان بآلاف الريالات، $a \geq 0$.

a) تعني القيمة $S(0) \approx 10$ أنه إذا لم يُنفق شيء على الدعاية والإعلان، ستكون المبيعات 10000 ريال. أوجد كلًّا من: $S(3), S(15), S(63)$.

$S(3) = 30$, $S(15) = 50$, $S(63) = 70$.

b) فسر معنى كل من القيم التي أوجدتها في الفرع **a**.

إذا أنفق 3000 ريال على الدعاية والإعلانات ستكون مبيعات الشركة 30000 ريال . وإذا أنفق 15000 ريال ستكون مبيعات الشركة 50000 ريال وإذا أنفق 36000 ريال ستكون مبيعات الشركة 70000 ريال.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

c) مثّل الدالة بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية.

زيادة المبيعات بزيادة الإنفاق على الدعاية

d) استعمل التمثيل البياني في الفرع c ، وإجابتك في الفرع a لتفسير تناقص أثر الدعاية عند إنفاق مبالغ كبيرة عليها.

يتضح من التمثيل البياني أنه كلما زاد المبلغ المنفق على الدعاية والإعلان عن 70000 ريال قل انحناء المنحنى ليتساوى المبلغ المنفق على الدعاية والإعلان مع قيمة المبيعات تقريباً

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

49 أحياء: زمن الجيل بالنسبة للخلايا البكتيرية هو الزمن اللازم ليصبح عددها مثليْ ما كان عليه. فإذا كان زمن الجيل G لنوع معين من البكتيريا يُعطى بالصيغة $G = \frac{t}{3.3 \log_b f}$ ، حيث t الفترة الزمنية، b عدد الخلايا البكتيرية عند بداية التجربة، f عدد الخلايا البكتيرية عند نهاية التجربة.

a) يبلغ زمن الجيل لبكتيريا مجهرية 16h ، ما الزمن الذي تحتاج إليه 4 خلايا بكتيرية من هذا النوع ليصبح عددها 1024 ؟

$264h$ أو 11 يوماً.

b) إذا كان زمن الجيل لنوع من البكتيريا المخبرية 5h، فما الوقت الذي تحتاج إليه 20 خلية بكتيرية من هذا النوع ليصبح عددها 160000 خلية؟

$66h$ أو يومان و $18h$.

c) تتكاثر بكتيريا E.coli بسرعة بحيث تتكاثر 6 منها لتصبح 1296 خلال 4.4h . احسب زمن الجيل لبكتيريا E.coli ؟

$\frac{1}{3}\,h$ أو $20min$.

خصائص اللوغاريتمات

٢ ـ ٤

تدرب وحل المسائل

الحل

استعمل $\log_4 3 \approx 0.7925$، $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة كل مما يأتي: (مثال 1)

1) $\log_4 18$

1.9535

2) $\log_4 15$

0.3685

3) $\log_4 \frac{5}{3}$

-0.2075

4) $\log_4 \frac{3}{4}$

2.085

عودة لفهرس الفصل (٢)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

استعمل $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$, $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة كل مما يأتي: (مثال 1)

5) $\log_4 30$

2.4535

6) $\log_4 20$

2.1610

7) $\log_4 \frac{2}{3}$

-0.2925

8) $\log_4 \frac{4}{3}$

0.2075

9) $\log_4 9$

1.5850

10) $\log_4 8$

1.5

الحل

11 **تسلق الجبال:** يتناقص الضغط الجوي مع زيادة الارتفاع، ويمكن إيجاد قيمة الضغط الجوي عند الارتفاع a متر باستعمال العلاقة $a = 15500(5 - \log_{10} P)$ ، حيث P الضغط بالباسكال، أوجد قيمة الضغط الجوي بالباسكال عند قمم الجبال المذكورة في الجدول أدناه. (مثال 2)

القمة الجبلية	الارتفاع (m)
إفرست	8850
تريسوني	7074
بونيتي	6872

إفرست 26855.44 باسكال،
تريسوني 34963034 باسكال،
بونيتى 36028.42 باسكال.

منصة مدرسية تعليمية

12 علوم: ضربت هزة أرضية قوتها 5.9 درجة على مقياس ريختر منطقة سان فرانسيسكو الأمريكية عام 1979م، وفي عام 1906م ضربت هزة أرضية بقوة 8.3 درجات على مقياس ريختر المنطقة نفسها (مثال 2)

الحل

a) كم مرة تزيد شدة الهزة الأرضية في عام 1906م على شدة الهزة الأرضية في عام 1979م؟

$10^{2.4} \approx 251$ مرة

b) رصد ريختر بنفسه الهزة الأرضية الأولى فقدر أن قوتها 8.3 درجات، وحديثًا دلت الأبحاث على أنها كانت 7.9 درجات على الأرجح، كم مرة تزيد شدة تقدير ريختر على التقدير الذي دلت عليه الأبحاث؟

$10^{0.4} \approx 2.5$ مرة

إذا كان، $\log_6 8 \approx 1.1606$ ، $\log_5 7 \approx 1.2091$ ، $\log_3 5 \approx 1.465$ ، $\log_7 9 \approx 1.1292$ ،

فقرب قيمة كل مما يأتي: (مثال 3)

13 $\log_3 25$ 2.93

14 $\log_5 49$ 2.4182

15 $\log_6 48$ 2.1606

16 $\log_7 81$ 2.2584

17 $\log_6 512$ 3.4818

18 $\log_7 729$ 3.3876

حلول

منصة مدرسية تعليمية

الحل

احسب قيمة كل عبارة مما يأتي: (مثال 4)

19) $\log_5 \sqrt[4]{25}$ — 0.5

20) $\log_2 \sqrt[5]{32}$ — 1

21) $3 \log_7 \sqrt[6]{49}$ — 1

22) $4 \log_2 \sqrt{8}$ — 6

23) $50 \log_5 \sqrt{125}$ — 75

24) $\log_3 \sqrt[6]{243}$ — $\frac{5}{6}$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة: (مثال 5)

25) $\log_9 6x^3y^5z$

$\log_9 6 + 3\log_9 x + 5\log_9 y + \log_9 z$

26) $\log_{11} ab^{-4}c^{12}d^7$

$\log_{11} a - 4\log_{11} b + 12\log_{11} c + 7\log_{11} d$

27) $\log_7 h^2j^{11}k^{-5}$

$2\log_7 h + 11\log_7 j - 5\log_7 k$

28) $\log_4 10t^2uv^{-3}$

$\log_4 10 + 2\log_4 t + \log_4 u - 3\log_4 v$

29) $\log_5 a^6b^{-3}c^4$

$6\log_5 a - 3\log_5 b + 4\log_5 c$

30) $\log_2 \frac{3x+2}{\sqrt[7]{1-5x}}$

$\log_2(3x+2) - \frac{1}{7}\log_2(1-5x)$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة: (مثال 6)

31. $3\log_5 x - \frac{1}{2}\log_5(6-x)$ — $\log_5 \frac{x^3}{\sqrt{6-x}}$

32. $5\log_7(2x) - \frac{1}{3}\log_7(5x+1)$ — $\log_7 \frac{32x^5}{\sqrt[3]{5x+1}}$

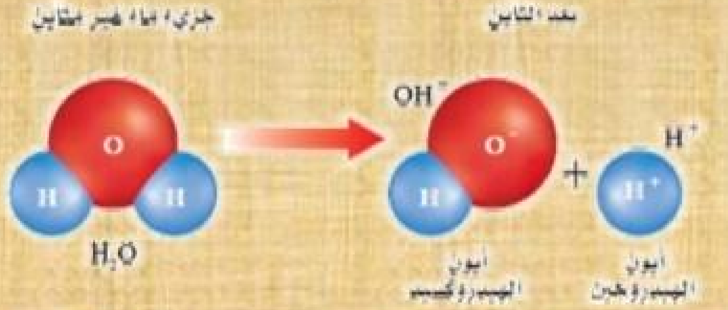
33. $7\log_3 a + \log_3 b - 2\log_3(8c)$ — $\log_3 \frac{a^7 b}{64C^2}$

34. $2\log_8(9x) - \log_8(2x-5)$ — $\log_8 \frac{81x^2}{(2x-5)}$

35. $2\log_6(5a) + \log_6 b + 7\log_6 c$ — $\log_6 25a^2bc^7$

36. $\log_2 x - \log_2 y - 3\log_2 z$ — $\log_2 \frac{x}{yz^3}$

37 **كيمياء:** ثابت التأين للماء K_w هو حاصل ضرب تركيز أيونات الهيدروجين (H^+) في تركيز أيونات الهيدروكسيد $[OH^-]$.



صيغة ثابت التأين للماء هي $K_w = [H^+][OH^-]$ حيث تشير الأقواس إلى التركيز بالمول لكل لتر.

a) عبّر عن $\log K_w$ بدلالة $\log [H^+]$ و $\log [OH^-]$.

$$\log k_w = \log\ [H^+]\ +\ \log\ [OH^-]$$

b) قيمة الثابت K_w هي 1×10^{-14}. بسّط المعادلة في فرع a لتعكس القيمة العددية لـ K_w.

$$-14 = \log\ [H^+]\ +\ \log\ [OH^-]$$

c) إذا كان تركيز أيونات الهيدروجين في عينة من الماء 1×10^{-9} مول لكل لتر، فما تركيز أيونات الهيدروكسيد؟

$$1 \times 10^{-5}\ \text{mol/L}$$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خطأ:

38. $\log_8 (x-3) = \log_8 x - \log_8 3$ خطأ

39. $\log_5 22x = \log_5 22 + \log_5 x$ صحيحة

40. $\log_{10} 19k = 19 \log_{10} k$ خطأ

41. $\log_2 y^5 = 5 \log_2 y$ صحيحة

42. $\log_7 \frac{x}{3} = \log_7 x - \log_7 3$ صحيحة

43. $\log_4 (z+2) = \log_4 z + \log_4 2$ خطأ

44. $\log_8 p^4 = (\log_8 p)^4$ خطأ

45. $\log_9 \frac{x^2 y^3}{z^4} = 2\log_9 x + 3\log_9 y - 4\log_9 z$ صحيحة

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

46 **هزات أرضية** يبين الجدول أدناه بعض الهزات الأرضية القوية التي ضربت بعض البلدان، وقوة كل منها على مقياس ريختر.

السنة	المكان	الدرجة على مقياس ريختر
1939 م	تركيا	8.0
1963 م	يوغسلافيا	6.0
1970 م	البيرو	7.8
1988 م	أرمينيا	7.0
2004 م	مراكش	6.4

a) أي هزتين كانت شدة إحداهما تعادل 10 أمثال شدة الأخرى؟ وأي هزتين كانت شدة إحداهما تعادل 100 مثل شدة الأخرى؟

أرمينيا و يوغسلافيا ، أو تركيا وأرمينيا.

تركيا و يوغسلافيا .

b) كم درجة على مقياس ريختر تسجل هزة أرضية إذا كانت شدتها تعادل 1000 مثل شدة هزة يوغسلافيا عام 1963 م؟

9.0

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

٢_٥

تدريب وحل المسائل

الحل

حل كل معادلة مما يأتي: (مثال 1)

1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$ $x = 16$

2) $\log_{16} x = \frac{3}{4}$ $x = 8$

3) $\log_{81} x = \frac{3}{4}$ $x = 27$

4) $\log_{25} x = \frac{5}{2}$ $x = 3125$

5) $\log_8 \frac{1}{2} = x$ $x = -\frac{1}{3}$

6) $\log_6 \frac{1}{36} = x$ $x = -2$

7) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ $x = 4$

8) $\log_x 27 = \frac{3}{2}$ $x = 9$

عودة لفهرس الفصل (٢)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك: (المثالان 3 ,2)

9 $5\log_2 x = \log_2 32$

$x = 2$

10 $3\log_2 x = \log_2 8$

$x = 2$

11 $\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$

$n = 8$

12 $\log_3 2x + \log_3 7 = \log_3 28$

$x = 2$

13 $\log_2 (4x) + \log_2 5 = \log_2 40$

$x = 2$

14 $\log_4 a + \log_4 8 = \log_4 24$

$x = 9$

15 $\log_2 n = \frac{1}{3}\log_2 27 + \log_2 36$

$n = 108$

16 $3\log_{10} 8 - \frac{1}{2}\log_{10} 36 = \log_{10} x$

$x = 85\frac{1}{3}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

حُلّ كل متباينة مما يأتي: (مثال 4)

17) $\log_5 x > 3$ $\{x \mid x > 125\}$

18) $\log_8 x \le -2$ $\{x \mid 0 < x \le \frac{1}{64}\}$

19) $\log_6 x < -3$ $\{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\}$

20) $\log_4 x \ge 4$ $\{x \mid x \ge 256\}$

21) $\log_3 x \ge -4$ $\{x \mid x \ge \frac{1}{81}\}$

22) $\log_2 x \le -2$ $\{x \mid 0 < x \le \frac{1}{4}\}$

حُلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من حلك: (مثال 5)

23) $\log_4 (2x + 5) \le \log_4 (4x - 3)$

$\{x \mid x \ge 4\}$

24) $\log_8 (2x) > \log_8 (6x - 8)$

$\{x \mid \frac{4}{3} < x < 2\}$

25) $\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$\{x \mid x > 7\}$

26) $\log_7 (x + 2) \ge \log_7 (6x - 3)$

$\{x \mid x \le 1\}$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

27 صوت: يعطى ارتفاع الصوت L بالصيغة $L = 10\log_{10} R$، حيث R هي الشدة النسبية للصوت.
احسب الشدة النسبية لصوت منبه ارتفاع صوته 80 ديسبل.

$$R = 10^8$$

28 علوم: تُقاس قوة الهزات الأرضية بمقياس لوغاريتمي ذي درجات يُسمى مقياس ريختر.
وتُعطى قوة الهزة الأرضية M بالمعادلة $M = \log_{10} x$، حيث x سعة الموجة المسببة للحركة الأرضية.

a) كم تبلغ سعة موجة هزة أرضية سجلت 6 درجات على مقياس ريختر؟

$$x = 10^6$$

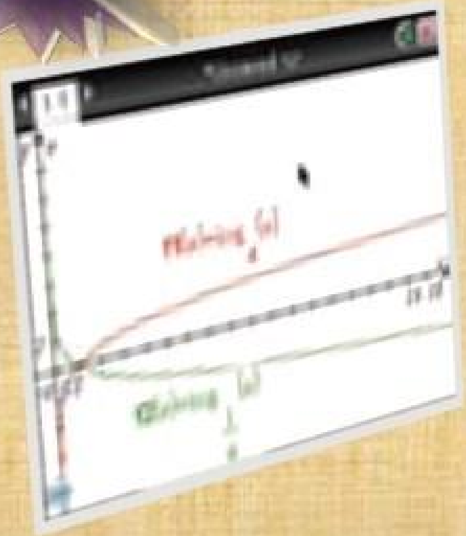
b) كم مرة تبلغ سعة موجة هزة أرضية قوتها 8 درجات بمقياس ريختر مقارنة بسعة موجة هزة أرضية قوتها 5 درجات على المقياس نفسه؟

10^3 أو 1000 مرة أكبر.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

29 تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني للدالتين $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ ، $y = \log_4 x$



a) تحليليًا: قارن بين منحنيي الدالتين من حيث خطوط التقارب ومقاطع المحور x؟

التمثيلان البيانيان متشابهان وخط تقارب كل منهما المحور y، ومقطع المحور x لهما 1.

b) لفظيًا: صف العلاقة بين منحنيي الدالتين.

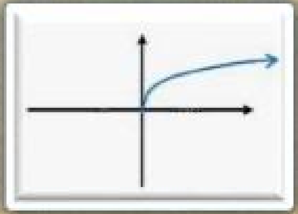
التمثيلان البيانيان يمثلان انعكاساً لبعضهما بعضاً في المحور x

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

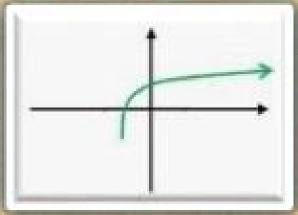
ج) **بيانيًا:** استعمل ما تعرفه عن تحويلات التمثيلات البيانية لمقارنة التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي بالتمثيل البياني للدالة $y = \log_4 x$ وذلك بعد تمثيل كل منها بيانيًا:

1) $y = \log_4 x + 2$



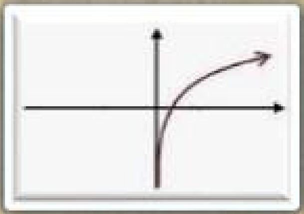
التمثيل البياني الثاني مشابه للتمثيل البياني الأول مع إزاحة إلى الأعلى وحدتين.

2) $y = \log_4 (x + 2)$



التمثيل البياني الثاني مشابه للتمثيل البياني الأول مع ازاحة أفقية بمقدار وحدتين.

3) $y = 3 \log_4 x$



الإحداثي – y لكل نقطة على التمثيل البياني الثاني يساوي 3 أمثال الإحداثي المناظر له على التمثيل البياني الأول.

منصة مدرسية تعليمية

الحل

d) **تحليليًا:** صف العلاقة بين كل من الدالتين $y=-1(\log_4 x)$ و $y=\log_4 x$ وما مجال ومدى كل منهما؟

التمثيلان البيانيان يمثلان انعكاساً لبعضهما بعضاً في المحور x؛ المجال = $\{x \mid x > 0\}$ ، المدى = R

e) **تحليليًا:** اكتب معادلة لدالة يكون تمثيلها البياني يشبه التمثيل البياني للدالة $y = \log_3 x$ بعد إزاحتها 4 وحدات إلى اليسار ووحدة إلى الأعلى.

$$y = \log_3(x+4)+1$$

30 علوم: تُعطى سرعة الرياح w بالميل لكل ساعة قرب مركز الإعصار بالمعادلة $w = 93 \log_{10} d + 65$ ، حيث d المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل.

a) اكتب المعادلة بصورة أسية.

$$d = 10^{\frac{w-56}{93}}$$

b) ماسرعة الرياح قرب مركز إعصار قطع مسافة 525 ميلاً؟

$317.97\ mi/h$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

31 صوت: تُعطى العلاقة بين شدة الصوت بالواط لكل متر مربع I وعدد وحدات الديسبل β بالمعادلة $\beta = 10\log_{10}\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$.

الصوت	شدة الصوت	الديسبل
سقوط قطرة ماء	10^0	0
التنفس الطبيعي	10^1	1
مجففة الملابس	10^6	6
القطار	10^{10}	10
الإطفائية	10^{12}	12

a) أوجد عدد وحدات الديسبل لصوت شدته 1واط لكل متر مربع وكذلك لصوت شدته 10^{-2} واط لكل متر مربع.

100 , 120

b) إذا كانت شدة الصوت 1 واط لكل متر مربع تعادل 100 مرة من شدة صوت تساوي 10^{-2} واط لكل متر مربع. فلماذا لا يساوي عدد وحدات الديسبل 100مرة من 10^{-2} واط لكل متر مربع؟

تتغير قوة اللوغاريتم بمقدار 2، مما يعني أن عدد وحدات الديسبل تتغير بمقدار

$20\,log_{10}\ 10 = 20$ أو $10\,log_{10}\ 10^2$

اللوغاريتمات العشرية

٢ـ٦

تدرب وحل المسائل

الحل

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف: (مثال 1)

1) log 5 = 0.6990

2) log 21 = 1.3222

3) log 0.4 = -0.3979

4) log 3 = 0.4771

5) log 11 = 1.0414

6) log 3.2 = 0.5051

7) log 8.2 = 0.9138

8) log 0.9 = -0.0458

9) log 0.04 = -1.3979

عودة لفهرس الفصل (٢)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

10 علوم: ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لإيجاد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 8.5 درجات على مقياس ريختر. (مثال 2)

3.55×10^{24} أيرج

11 صوت: أغلق حسن نوافذ سيارته، فانخفض ارتفاع الصوت من 85 dB إلى 73 dB. (مثال 2)

a) كم مرّة من شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان تساوي شدة الصوت قبل إغلاق نوافذ السيارة إذا كانت $m = 1$؟

316227766 مرة تقريباً.

b) كم مرة من شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان تساوي شدة الصوت بعد إغلاق نوافذ السيارة؟ أوجد نسبة انخفاض شدة الصوت بعد إغلاق النوافذ.

19952623 مرة تقريباً؛ 93.7% تقريباً.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

حلّ كل معادلة مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة الآلاف: (مثال 3)

12) $6^x = 40$ — 2.0588

13) $2.1^{a+2} = 8.25$ — 0.8442

14) $7^{x^2} = 20.42$ — ± 1.2451

15) $11^{b-3} = 5^b$ — 9.1237

16) $8^x = 40$ — 1.7740

17) $5^x = 55$ — 2.4899

18) $9^{b-1} = 7^b$ — 8.7429

19) $15^{x^2} = 110$ — ± 1.3175

20) $9^{6y-2} = 3^{3y+1}$ — $\frac{5}{9} \approx 0.5556$

21) $8^{2x-4} = 4^{x+1}$ — $\frac{7}{2} = 3.5$

22) $16^x = \sqrt{4^{x+3}}$ — 1

23) $2^y = \sqrt{3^{y-1}}$ — -3.8188

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

حل كل مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف: (مثال 4)

24) $5^{4n} > 33$ $\{n \mid n > 0.5431\}$

25) $6^{p-1} = 4^{p}$ $\{p \mid p \le 4.4190\}$

26) $3^{y-1} \le 4^{y}$ $\{y \mid y \ge -3.8188\}$

27) $5^{p-2} \le 2^{p}$ $\{p \mid p \ge 3.5129\}$

28) $2^{4x} \le 20$ $\{x \mid x \le 1.0805\}$

29) $6^{3n} > 36$ $\{n \mid n > 0.6667\}$

اكتب كلًا مما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف: (مثال 5)

30) $\log_3 7$ $\frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

31) $\log_2 16$ $\frac{\log 16}{\log 2} = 4$

32) $\log_4 9$ $\frac{\log 9}{\log 4} = 1.5850$

33) $\log_3 21$ $\frac{\log 21}{\log 3} = 2.7712$

34) $\log_5 (2.7)^2$ $\frac{\log 7.29}{\log 5} = 1.2343$

35) $\log_7 \sqrt{5}$ $\frac{\log \sqrt{5}}{\log 7} = 0.4135$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

36 شحن: اشترت إحدى شركات خدمة الشحن سيارة شحن جديدة بسعر 168000 ريال، افرض $t = \log_{(1-r)} \frac{V}{P}$ حيث t الزمن بالسنوات الذي مر منذ الشراء، P سعر الشراء، V السعر الحالي، r المعدل السنوي لانخفاض السعر. (مثال 6)

a) إذا كان السعر الحالي للشاحنة 120000 ريال وانخفض سعرها بمعدل 15% سنويًا فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة؟

سنتان

b) إذا كان السعر الحالي للشاحنة 102000 ريال وانخفض سعرها بمعدل 10% سنويًا، فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة؟

5 سنوات

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

37 **علوم البيئة:** يقوم مهندس بيئي بفحص مياه الشرب في أحد الآبار الجوفية للتأكد من عدم تلوثها بمادة الزرنيخ، والتي يُقدر معدلها الطبيعي في ماء الشرب بـ 0.025 جزء من المليون (ppm)، كما أن مستوى pH لمادة الزرنيخ يجب أن يقل عن 9.5. فإذا كان قانون تركيز أيون الهيدروجين هو $pH = -\log H$.

a) إذا كان تركيز أيون الهيدروجين في الماء 1.25×10^{-11}، فهل يعني ذلك ارتفاع مستوى الزرنيخ؟

نعم؛ لأن $10.9 > 9.5$

b) إذا وجد المهندس 1mg من الزرنيخ في عينة حجمها $3l$ من الماء، فهل ماء البئر صالح للشرب؟
(إرشاد: 1 kg من الماء يعادل 1 L تقريبًا. 1 ppm = 1 mg/kg)

لا

c) ما تركيز أيون الهيدروجين الذي يكافئ مستوى pH المقلق (9.5)؟

3.16×10^{-10}

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الحل

38 هزات أرضية: يمكن تحديد قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M باستعمال المعادلة $M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{10^{4.4}}$، حيث E كمية الطاقة الزلزالية التي تطلقها الأرض عند حدوث الهزة الأرضية مقيسة بوحدة الجول.

a) استعمل خصائص اللوغاريتمات لتكتب المعادلة بالصورة المطولة.

$$M = \frac{2}{3}[\log E - \log 10^{4.4}]$$

b) أطلقت الأرض طاقة زلزالية مقدارها 7.94×10^{11} جول عند حدوث هزة أرضية. كم قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر؟

c) أطلقت الأرض طاقة زلزالية مقدارها 4.47×10^{12} جول عند حدوث زلزال ألوم رول في كاليفورنيا عام 2007 م. كما أطلقت الأرض طاقة زلزالية مقدارها 1.58×10^{18} جول عند حدوث زلزال انكورج في الاسكا عام 1964. كم مرّة تفوق قوة زلزال أنكورج قوة زلزال ألوم روك على مقياس ريختر؟

d) بصورة عامة ، لا يمكن الشعور بالهزة الأرضية إلا إذا بلغت قوتها 3 درجات على مقياس ريختر أو أكثر. ما الطاقة الزلزالية بالجول التي تطلقها الأرض عند حدوث هزة أرضية لها هذه القوة على مقياس ريختر؟

منصة مدرسية تعليمية

الحل

39 تمثيلات متعددة: سنحل في هذه المسألة المعادلة الأسية $4^x = 13$.

a) **جدوليًا:** أدخل الدالة $y = 4^x$ في الحاسبة البيانية وأنشئ جدول قيم للدالة، وابحث عن قيمة x المقابلة للقيمة $y = 13$ في الجدول.

b) **بيانيًا:** مثّل بيانيًا المعادلة $y = 4^x$ والمستقيم $y = 13$ على الشاشة نفسها، واستعمل أمر intresect لإيجاد نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين.

c) **عدديًا:** حُلّ المعادلة جبريًا. هل طريقتي الحل تعطيان النتيجة نفسها؟ فسّر إجابتك.